А.Н.Дмитриев, Е.А.Смертин

АЛГОРИТМ ВЫЧИСЛЕНИЯ ТЕСТОВЫХ ПАРАМЕТРОВ БИНАРНЫХ ТАБЛИЦ В ЗАДАЧАХ РАСПОЗНАВАНИЯ

Необходимость поиска алгоритмов обработки информации (и распознавания образов) немассового характера обостряется в связи с исследованием вновь обнаруживаемых единичных фактов и уникальных предметов (например, гигантские месторождения). В данной работе излагаются алгебраические пути вычисления основных тестовых параметров таблиц в развитие [8, I8, I0].

Рассматриваемые ниже бинарные таблицы, т.е. прямоугольные матрицы $T[a_{ij}]$, $a_{ij} \in \{0,1\}$ $(i=1,2,\dots,m;\ j=1,2,\dots,n)$, в тексте называются просто таблицами. Целью их изучения является вычисление основных и дополнительных тестовых параметров. Основными тестовыми параметрами таблицы T мы называем число всех ее тупиковых тестов $K(T)$ и числа тупиковых тестов, в которые входит ее j-й столбец $K(j,T)$ $(j=1,2,\dots,n)$ [I0]. Величины, получаемые с помощью основных тестовых параметров, называются дополнительными тестовыми параметрами.

§ I. Подразделение по составу

Продолжим подразделение столбцов таблицы бинарных символов, начатое в [II].

Пусть T - $m \times n$- таблица, x_{j_1}, x_{j_2} - ее столбцы. В зависимости от расстояния Хемминга [I8] между ними имеем, что:

$$\rho(x_{j_1}, x_{j_2}) = \begin{cases} 0, & \text{столбцы } x_{j_1}, x_{j_2} \text{ - тождественные} \\ m & \text{столбцы } x_{j_1}, x_{j_2} \text{ - зеркальные (симметричные)} \\ 0<\rho<m, & \text{столбцы } x_{j_1}, x_{j_2} \text{ - бесповторные} \end{cases}$$

Если x_{j1}, x_{j2} зеркальные или тождественные столбцы, будем говорить, что столбцы x_{j1}, x_{j2} – столбцы типа x_{j1} (типа x_{j2}). Рангом столбца x_{j0} $m \times n$ таблицы T называется число

$$\nu(x_{j0}) = \nu_{j0} = |K^{0}_{j0} - K^{1}_{j0}|,$$

где K^{0}_{j0} – число нулей в столбце x_{j0}; K^{1}_{j0} – число единиц.

Столбец x_{j0} принадлежит к группе I типа x_{j0}, если выполнено одно из двух условий:

$$\nu_{j0} > 0 \text{ и } K^{0}_{j0} > K^{1}_{j0};$$

$\nu_{j0} = 0$ и I-я строка x_{j0} равна 0.

Определение I. Повторяемостью $\tau(x,T)$ столбца типа x в таблице T называется число столбцов типа x в таблице T. В последующем под составом таблицы будем подразумевать список свойств. Воспользовавшись содержанием понятия состава таблицы, выделим несколько классов таблиц: I. неизбыточные, 2. эквивалентные, 3. сопряженные. Охарактеризуем их в указанной последовательности.

Неизбыточные таблицы

Это таблицы без отождествляющих столбцов, т.е. таблицы, все столбцы которых бесповторны.

Предложение I. При $n \geq 2^{m-1}$ каждая $m \times n$ таблица T не является неизбыточной. При $n = 2^{m-1} - 1$ существует единственная с точностью до перестановки столбцов и их симметрии, неизбыточная таблица T^{m}_{max}, называемая максимальной неизбыточной.

В качестве T^{m}_{max} можно взять, например, таблицу, все столбцы которой – столбцы группы I.

Пусть x – столбец таблицы T^{m}_{max} и $\nu(x) = r$. Выделив все столбцы таблицы T^{m}_{max}, имеющие ранг r, и объединив их, получаем таблицу T^{m}_{r}.

Таблица размером $m \times n$ S называется таблицей полных рангов (сокращенно т.п.р.), если $S = T^{m}_{r}$ для некоторого r и $S = PQ$, S неизбыточная таблица P, Q – таблицы полных рангов.

Эквивалентная таблица

Через $\bar{x}$ обозначим столбец зеркальный с x. Если T – таблица, t – ее подтаблица, x – столбец T, то t_x – таблица, в которой справа от столбцов из t стоит столбец x. Из определения легко видно, что если t_x – тупиковый тест, то $t_{\bar{x}}$ – тоже тупиковый тест, следовательно, информационный вес тождественных или зеркальных между собой столбцов таблицы T одинаков, что и дает возможность считать столбцы x и $\bar{x}$ однотипными.

Если в тупиковом тесте сделать перестановку строк, получим снова тупиковый тест. Обозначим $T(i_1, i_2)$ таблицу, получаемую из T перестановкой i_1-й и i_2-й строк, а через $T(j_0)$ таблицу, получаемую из T заменой j-го столбца на симметричный. Эти преобразования таблицы T назовем преобразованиями эквивалентности.

Таблица S эквивалентна таблице T, $S \sim T$, если:

$S = T$;

$S = U(i_1, i_2)$, где U – эквивалентная T таблица;

$S = U(j_0)$, где U – эквивалентная T таблица.

Очевидно, что из $S \sim T$, $T \sim U$ следует, что $S \sim S_1$, $T \sim S$, $S \sim U$.

Из выведенных определений следует:

Л е м м а I. Если набор столбцов $(j_1, j_2, \ldots, j_t)$ таблицы T – тупиковый тест и $S \sim T$, то набор столбцов $(j_1, j_2, \ldots, j_t)$ таблицы S – тупиковый тест; поэтому $K(S) = K(T)$; $K(j,S) = K(j,T)$.

Теперь уточним предложение I следующим образом.

П р е д л о ж е н и е I′. Пусть m – фиксировано, а каждая максимальная неизбыточная таблица эквивалентна T^{m}_{max}, тогда, если $U \sim T^{m}_{max}$, то U – максимальная неизбыточная таблица. Очевидно, что информационные веса столбцов одного ранга в таблицах полных рангов, в частности, в таблицах T^{m}_{r} и T^{m}_{max}.

Таблицы сопряженные

Рассматриваются таблицы, сопряженные к столбцу. Пусть x такой столбец таблицы T, что i_1-я и i_2-я его строки различны. Выделим из T столбцы с совпадающими i_1-й и i_2-й строками и составим из них таблицу. Обозначим ее $T(i, i_1, i_2)$, тогда таблицу вида $(T(i, i_1, i_2))x$ назовем таблицей, сопряженной к столбцу x по i_1-й и i-й строками в таблице T.

Л е м м а 2. Всякий тупиковый тест таблицы T, в который входит столбец x, является тупиковым тестом в некоторой $T(i, i_1, i_2)x$, причем в таблице $(T(i, i_1, i_2))x$ столбец x входит во все тупиковые тесты.

§ 2. Неизбыточные таблицы и вычисление тестовых параметров.

Обозначим через T^{x} таблицу T, если в T нет столбцов типа

x. Если в T есть столбцы типа x, то T^x получается из T удалением одного столбца типа x. Через $\tau(T)$ обозначим множество тупиковых тестов таблицы T, через $\tau(x,T)$ – ту часть множества, в которую входит x. Через T^* обозначим подтаблицу T, являющуюся неизбыточной и имеющую в составе столбцы всех типов, которые встречаются в T.

Определение 2. Характеристикой $\Pi(t,T)$ тупикового теста $t = x_1, \dots, x_k$ в таблице T назовем число $\Pi(t,T) = \tau(x_1,T)\,\tau(x_2,T)\cdots\tau(x_k,T)$.

Теорема I.

$$K(T) = \sum_{t\in\tau(T^*)} \Pi(t,T); \quad K(x,T) = \sum_{t\in(x,T^*)} \Pi(t,T) = K(T) - K(T^x)$$

Пусть T – неизбыточная таблица $\tau T = \underbrace{TT\dots T}_{\tau}$. Рассмотрим предел отношения $\frac{K((\tau T)^x)}{K(\tau T)}$ при $\tau\to\infty$. Прежде всего ясно, что $\frac{K((\tau T)^x)}{K(\tau T)} \leq 1$. Далее,

$$\frac{K((\tau T)^x)}{K(\tau T)} = \frac{\sum_{t\in\tau(T)} \Pi(t,(\tau T)^x)}{\sum_{t\in\tau(T)} \Pi(t,\tau T)} = \frac{\sum_{t\in\tau(x,T)} \Pi(t,(\tau T)^x) + \sum_{t\in\tau(T)\setminus\tau(x,T)} \Pi(t,(\tau T)^x)}{\sum_{t\in\tau(x,T)} \Pi(t,(\tau T)) + \sum_{t\in\tau(T)\setminus\tau(x,T)} \Pi(t,(\tau T))} =$$

$$= \frac{\sum_{t\in\tau(x,T)} \Pi(t,(\tau T)^x) + \sum_{t\in\tau(T)\setminus\tau(x,T)} \Pi(t,\tau T)}{\sum_{t\in\tau(x,T)} \Pi(t,\tau T) + \sum_{t\in\tau(T)\setminus\tau(x,T)} \Pi(t,\tau T)} \geqslant \frac{\sum_{t\in\tau(x,T)} \Pi(t,(\tau T)^x)}{\sum_{t\in\tau(x,T)} \Pi(t,\tau T)} =$$

$$\frac{(\tau\,\tau(x,T)-1)\sum_{t\in\tau(x,T)} \frac{\Pi(t,\tau T)}{\tau\cdot\tau(x,T)}}{\tau\,\tau(x,T)\sum_{t\in\tau(x,T)} \frac{\Pi(t,\tau T)}{\tau\cdot\tau(x,T)}} = \frac{\tau-1}{\tau} \to 1 \text{ при } \tau\to\infty, \text{ следовательно}$$

$$\lim \frac{K((\tau T)^x)}{K(\tau T)} = 1.$$

Это показывает, что информационным весом отдельного столбца в построенных таким образом таблицах при больших значениях τ можно пренебречь.

Нахождение тестовых параметров таблиц производится с помощью теоремы I. Заметим, что вместо $m\times n$ – таблицы T^* в формулах теоремы I можно подставить T^m_{max}; тогда для любой m – строчной таблицы можно найти ее тестовые параметры через повторяемости столбцов. Приведем такие формулы для $m = 3, 4$, а для

$m = 5$ отсылаем читателя к приложению I.

I. Решение $3\times n$ – таблиц:

$$T^3_{max} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \begin{matrix} X_1 & X_2 & X_3 \end{matrix} \end{array} \qquad \tau(T^3_{max}) = \{X_1X_2X_1X_3X_2X_3\}$$

Полагая $\tau_i = \tau(x_i,T)$, $i = 1,2,3$ для произвольной таблицы T, состоящей из трех строк, по теореме I получаем:

$$K(T) = \tau_1\tau_2 + \tau_1\tau_3 + \tau_2\tau_3 = \tau_1(\tau_2+\tau_3) + \tau_2\tau_3;$$
$$K(x_1,T) = \tau_2 + \tau_3;$$
$$K(x_2,T) = \tau_1 + \tau_3;$$
$$K(x_3,T) = \tau_1 + \tau_2.$$

2. Решение $4\times n$ – таблиц:

$$T^4_{max} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} 0&0&0&1&0&0&0 \\ 0&0&1&0&0&1&1 \\ 0&1&0&0&1&0&1 \\ 1&0&0&0&1&1&0 \end{bmatrix} \\ \begin{matrix} X_1 & X_2 & X_3 & X_4 & X_5 & X_6 & X_7 \end{matrix} \end{array}$$

Приведем формулы только для $K(T)$, $K(x_i,T)$:

$$K(T) = \tau_1[\tau_2(\tau_3+\tau_4)+\tau_3\tau_4] + \tau_2\tau_3\tau_4 + (\tau_6+\tau_7)(\tau_1\tau_2+\tau_3\tau_4) +$$
$$+ (\tau_5+\tau_7)(\tau_1\tau_3+\tau_2\tau_4) + (\tau_5+\tau_6)(\tau_1\tau_4+\tau_2\tau_3) + \tau_5(\tau_6+\tau_7) + \tau_6\tau_7;$$
$$K(x_1,T) = \tau_3\tau_4 + \tau_2(\tau_3+\tau_4) + \tau_2(\tau_6+\tau_7) + \tau_3(\tau_5+\tau_7) + \tau_4(\tau_5+\tau_6);$$
$$K(x_2,T) = \tau_3\tau_4 + \tau_1(\tau_3+\tau_4) + \tau_1(\tau_6+\tau_7) + \tau_4(\tau_5+\tau_7) + \tau_3(\tau_5+\tau_6);$$
$$K(x_3,T) = \tau_1\tau_2 + \tau_4(\tau_1+\tau_2) + \tau_4(\tau_6+\tau_7) + \tau_1(\tau_5+\tau_7) + \tau_2(\tau_5+\tau_6);$$
$$K(x_4,T) = \tau_1\tau_2 + \tau_3(\tau_1+\tau_2) + \tau_3(\tau_6+\tau_7) + \tau_2(\tau_5+\tau_7) + \tau_1(\tau_5+\tau_6);$$
$$K(x_5,T) = (\tau_1+\tau_2)(\tau_3+\tau_4) + \tau_6 + \tau_7;$$
$$K(x_6,T) = (\tau_1+\tau_3)(\tau_2+\tau_4) + \tau_5 + \tau_7;$$
$$K(x_7,T) = (\tau_1+\tau_4)(\tau_2+\tau_3) + \tau_5 + \tau_6.$$

Громоздкость формул получения тестовых параметров для таблиц с $m = 4,5$, например $K(T^5_{max} = 265)$, вынуждает использовать только часть множества $\tau(T^m_{max})$.

В следующем параграфе на основе свойств эквивалентных таблиц и т.п.ф. излагается более экономичный способ получения тестовых параметров.

§ 3. Эквивалентные таблицы и таблицы полных рангов

Пусть S и T – такие таблицы, что $S^* \sim T^*$, причем каждый столбец таблицы T^* преобразованием T в S^* переводится в столбец y_j. Тогда лемма I и теорема I позволяют сформулировать следующее:

П р е д л о ж е н и е 2.

$$K(S)=\sum_{t=x_{j_1}\dots x_{j_l}\in\tau(T^*)} \tau(y_{j_1},S)\cdots\tau(y_{j_l},S);$$

$$K(T)=\sum_{t=y_{k_1}\dots y_{k_p}\in\tau(S)} \tau(x_{k_1},T)\cdots\tau(x_{k_p},T).$$

Данное предложение показывает, что таблицы составленные из столбцов эквивалентных неизбыточных таблиц, могут решаться лишь по одной из этих неизбыточных. Дальнейшее изложение ведется для таблиц полных рангов (т.п.р.), которыми являются, в частности, T^m_{max}. Одним из свойств т.п.р. является то, что перестановка в т.п.р. любых двух строк или изменение в ней столбцов не симметричные, не меняет свойства т.п.р., причем столбцы не меняют свой ранг.

Покажем применение этого свойства таблиц полных рангов. Пусть $S=[x_1,x_2,\dots,x_n]$ – т.п.р., причем ее подтаблица $[x_{k+1}\dots x_n]$ составлена из столбцов одного ранга и является т.п.р. Построение формул для вычисления тестовых параметров проводится таким путем: отыскав $\tau([x_1,x_2\dots x_k])$ по теореме I, выписываем формулу вида:

$$K([\underbrace{x_1 x_1\cdots x_1}_{\tau_1}]\,[\underbrace{x_2 x_2\cdots x_2}_{\tau_2}]\dots[\underbrace{x_k x_k\cdots x_k}_{\tau_k}])=\Psi(\tau_1,\tau_2,\dots,\tau_k), \qquad (1)$$

где Ψ – многочлен от k переменных, $\tau_1,\dots,\tau_k$ – повторяемости столбцов типов $x_1,\dots,x_k$ в произвольной таблице T, составленной из столбцов типов $x_1,\dots,x_n$. После обнаружения $\tau(x_n,S)$ построим следующие формулы для чисел

$$\mathcal{K}(j,T)=\tau_j\cdot K(x_j,T),\quad j=k+1,\dots,n$$

и далее

$$\mathcal{K}(n,T)=\tau_j\sum_{t\in\tau(x_n,S)}\Pi(t,T)=\Psi_0(\tau_1,\tau_2,\dots,\tau_n), \qquad (2)$$

где Ψ_0 – многочлен от n переменных, а $\tau_j=\tau(x_j,T)$, $j=1,\dots,n$;

$$\mathcal{K}(n-q,T)=\Psi_q(\tau_1,\dots,\tau_n)=\Psi_0(\tau_1^q,\tau_2^q,\dots,\tau_n^q),\quad q=1,\dots,n-k-1, \qquad (3)$$

где $\tau_j^q=\tau(x_j,T_q)$, а T_q получена из T такой перестановкой строк, что столбцы типа x_{n-q} в T перешли в столбцы типа x_n в T_q.

С помощью формул (I) – (3) можно записать

$$K(T)=\Psi(\tau_1,\dots,\tau_k)+\sum_{q=0}^{n-k-1}\Psi_q(\tau_1,\dots,\tau_{n-q},\underbrace{0,0,\dots,0}_{q}). \qquad (4)$$

Теперь становится очевидным, что для пользования формулой теоремы не обязательно находить все множество тупиковых тестов. Но если T – т.п.р., сразу возникает трудность в нахождении $\tau(x,T^*)$, преодоление которой осуществляется с помощью таблиц, сопряженных к столбцам т.п.р.

§ 4. Таблицы, сопряженные к столбцам т.п.р.

Пусть x – столбец таблицы T, имеющий в строках с номерами $i_{11}<i_{12}<\dots<i_{1m_1}$ единицы, а в строках с номерами $i_{01}<i_{02}<\dots<i_{0m_0}$ – нули, $m=m_0+m_1$. Таблицы, сопряженные к x в T исчерпываются таблицами $T(i,i_{1l},i_{0q})$ $l=1,\dots,m$, $q=1,\dots,m_0$. Обозначим через $[A\cap B\cap\dots\cap C]$ таблицу, составленную из тех столбцов таблиц A, B, ..., C, которые входят во все тесты A, B, ..., C. Пусть также $p=\min(m_0,m)$. Далее, воспользовавшись фактом, что

$$K(x,[T(i,i_1,i_2)\cap T(i,i_1,i_3)]x)=0$$

$$K(x,[T(i,i_1,i_3)\cap T(i,i_2,i_3)]x)=0,$$

и опираясь на лемму 2 и с помощью [I6], приходим к формуле:

$$\sum_{l_1=1}^{m_1}\sum_{q_1=1}^{m_0}K(T(i,i_{1l_1},i_{0q_1})x)-$$

$$-\sum_{l_1=1}^{m_1-1}\sum_{q_1=1}^{m_0-1}\sum_{l_2=l_1+1}^{m_1}\sum_{q_2=q_1+1}^{m_0}K([T(i,i_{1l_1},i_{0q_1})\cap T(i,i_{1l_2},i_{0q_2})]x)+$$

$$+(-1)^{p-1}\sum_{l_1=1}^{m_1-p+1}\sum_{q_1=1}^{m_0-p+1}\dots\sum_{l_p=l_{p-1}+1}^{m_1}\sum_{q_p=q_{p-1}+1}K(T(i,i_{1l_1},i_{0q_1})\cap\dots\cap T(i,i_{1l_p},i_{0q_p})]x)$$

Теперь получаем возможность сформулировать.

П р е д л о ж е н и е 3. Пусть x – столбец в т.п.р S, таблицы $S(i,i_1,i_2)x$, $S(i,i_1,i_3)x$ – сопряжение к x. Тогда $S(i,i_1,i_2)x$ и $S(i,i_1,i_3)x$ – эквивалентны с точностью до перестановки столбцов. $S(i,i_1,i_2)$ можно получить из $S(i,i_1,i_3)$ перестановкой i_2-й и i_3-й строк, перестановкой столбцов и заменой некоторых столбцов на симметричные. Пусть также T – произвольная таблица, и имеется т.п.р. $S=[x_1,\dots,x_n]$ со следующим свойством: для любого столбца y таблицы T в S найдется столбец типа y.

Найдем множество $\tau(S(i,i_{11},i_{01})x$ где x – фиксированный столбец таблицы T и построим формулу для $K(T(i,i_{11},i_{01})x)$:

$$K(T(i,i_{11},i_{01})x)=\sum_{t\in\tau(S(i,i_{11},i_{01})x)}\Pi(t,T(i,i_{11},i_{01})x) \qquad (6)$$

Формулы для $K(T(i,i_{1l},i_{0q})x$, где $l=2,\dots,m_1$, $q=2,\dots,m_0$ получается из (6) без поиска тупиковых тестов, применением предложения 3:

$$K(T(i,i_{1l},i_{0q})x=\sum_{t\in\tau([[S(i,i_{11},i_{01})x](i_{11},i_{1l})](i_{01},i_{0q})}\Pi(t,T(i,i_{1l},i_{0q})x) \qquad (7)$$

Остальные из (5) получаются применением (6) и (7) подстановками вместо некоторых повторяемостей нулей (§ 3).

Приложение I

ПРОГРАММА ВЫЧИСЛЕНИЯ ТЕСТОВЫХ ПАРАМЕТРОВ В БИНАРНЫХ 5-СТРОЧНЫХ ТАБЛИЦАХ

В основу программы вычисления всех тупиковых тестов бинарных 5-строчных таблиц положен алгоритм, изложенный в § 3 данной работы. Программа отлажена для М-220, а также для всех других машин с практически одинаковой системой команд (М-20, БЭСМ-4).

В качестве неизбыточной таблицы решения T^* в программе была использована:

$$T^*=T^5_{max}=\begin{bmatrix} 0&0&0&0&I&0&0&0&0&0&0&I&I&I&I\\ 0&0&0&I&0&0&0&0&I&I&I&0&0&0&I\\ 0&0&I&0&0&0&I&I&0&0&I&0&0&I&0\\ 0&I&0&0&0&I&0&I&0&I&0&0&I&0&0\\ I&0&0&0&0&I&I&0&I&0&0&I&0&0&0 \end{bmatrix}$$

I. Кодирование информации.

а) В ячейке 0330 по 2-му адресу ставится число таблиц, которые надо просчитать $q \leq 0012_8$.

П р и м е р I. Пусть надо просчитать 8 таблиц. Тогда в ячейку 0330 следует поставить:

$\mathfrak{A}$	КОП	A_I	A_2	A_3
0	00	0000	00I0	0000

б) В ячейку $[0330+I7_8(i-I)+j]$, $(i=I,2,\dots,q\leq 12_8;\ j=1,2,\dots,17_8)$ ставится тройка чисел $\langle a_{ij}, b_{ij}, \bar{b}_{ij}\rangle$, где $a_{ij}=b_{ij}+\bar{b}_{ij}$, b_{ij} – число столбцов типа j группы I в i-й таблице, $\bar{b}_{ij}$ – число столбцов типа j группы II в i-й таблице (см.табл.).

Таблица разбиения столбцов на типы и типов на группы

№ типа:	1	2	3	4	5	6	7	10	11	12	13	14	15	16	17
Группа:	I II	I II	I II	I II	I II	I II	I II	I II	I II	I II	I II	I II	I II	I II	I II
Вид столбца i-й таблицы	0 I	0 I	0 I	0 I	0 I	0 I	0 I	0 I	0 I	0 I	0 I	I 0	I 0	I 0	I 0
	0 I	0 I	0 I	I 0	0 I	0 I	0 I	0 I	I 0	I 0	I 0	0 I	0 I	0 I	I 0
	0 I	0 I	I 0	0 I	0 I	0 I	I 0	I 0	0 I	0 I	I 0	0 I	0 I	I 0	0 I
	0 I	I 0	0 I	0 I	0 I	I 0	0 I	I 0	0 I	I 0	0 I	0 I	I 0	0 I	0 [illegible]
	I 0	0 I	0 I	0 I	0 I	I 0	I 0	0 I	I 0	0 I	0 I	I 0	0 I	0 I	0 I

П р и м е р 2. Пусть $q = 10_8$, как в примере I и 7-й таблице 5-и столбцов I-го типа группы I и 6-и столбцов I-го типа группы II. Тогда в ячейку (0330 + 17·5 + 1), т.е. в ячейку 0463, надо поставить:

π	КОП	A_1	A_2	A_3
0	0 0	0013	0005	0006

В итоге исходная информация располагается так:

№ ячейки	π	КОП	A_1	A_2	A_3		
	–	–	0330	–	–	КА	
0330	–	–	–	$q = 0012$	–		
0331	–	–	$a_{I\,I}$	$b_{I\,I}$	$\bar{b}_{I\,I}$		информация к I-й таблице
0332	–	–	$a_{I\,2}$	$b_{I\,2}$	$\bar{b}_{I\,2}$		
...	...	...	...	...	...		
0347	–	–	$a_{I\,I7}$	$b_{I\,I7}$	$\bar{b}_{I\,I7}$		
0350	–	–	$a_{2\,I}$	$b_{2\,I}$	$\bar{b}_{2\,I}$		информация ко 2-й таблице и т.д.
0351	–	–	$a_{2\,2}$	$b_{2\,2}$	$\bar{b}_{2\,2}$		
...	...	...	...	...	...		
0366	–	–	$a_{2\,I7}$	$b_{2\,I7}$	$\bar{b}_{2\,I7}$		

Перфокарты с информацией ставятся в конце колоды.

2. Получение результатов.

Для каждой из q таблиц выдается:

а) после теста печати идет число всех тупиковых тестов в таблице, число тупиковых тестов, в которые входит столбец I-го типа, число тупиковых тестов, в которые входит столбец 2-го типа,..., число тупиковых тестов, в которые входит столбец I7-го типа;

б) после нового теста печати идет информационный вес столбца I-го типа, информационный вес столбца 2-го типа,..., информационный вес столбца I7-го типа;

в) после третьего теста печати идет информационный вес I-го эталона, информационный вес 2-го эталона,..., информационный вес 5-го эталона.

```
0  00 000I 0000 0000  КА
0  56 0000 0660 0000
0  00 0020 0000 0000  КА
0  0I 0003 0006 0072
```

```
0  0I 000I 0002 0070
0  05 0072 0070 0070
0  0I 0002 0007 0073
0  05 000I 0073 007I
```



```
0 0I 0070 0070 0070
0 0I 0002 0003 007I
0 05 007I 00I0 007I
0 0I 0070 007I 0070

0 05 0003 0007 007I
0 0I 0070 007I 0070
0 0I 0004 0005 007I
0 05 0070 007I 0070
0 0I 0072 0073 0075
0 05 00II 0075 007I
0 0I 0070 007I 0070
0 0I 00I2 00I3 007I
0 0I 007I 0075 007I

0 05 007I 00I4 007I
0 0I 0070 007I 0070
0 0I 000I 00I0 0074
0 0I 0074 00II 0074
0 0I 0072 0074 0075
0 05 00I2 0075 007I
0 0I 0070 007I 0070
0 0I 00I3 00I4 007I
0 0I 007I 0075 007I
0 05 00I5 007I 007I
0 0I 0070 007I 0070
0 0I 00I2 0073 0075

0 0I 0075 0074 0075
0 05 00I3 0075 007I
0 0I 0070 007I 0070
0 0I 00I4 00I5 007I
0 0I 007I 0075 007I
0 05 00I6 007I 007I
0 0I 0070 007I 0070
0 05 0070 00I7 0075
0 0I 0075 0I64 0I64
0 00 0I70 0000 0000  КА
```

```
4 52 0000 0000 0322
5 00 0I0I 0000 0000

I I2 00I6 0I7I 000I
0 00 0000 0000 0I64
0 I6 0I75 0020 0067
0 00 0000 0000 00I6
0 00 0II6 0000 00I7
0 00 0II2 0000 00I0
0 00 0III 0000 0007
0 00 0II0 0000 00I2
0 00 0I07 0000 00II
0 00 0I04 0000 0003
0 00 0I03 0000 0004
0 I6 0206 0020 0067

0 00 0000 0000 00I5
0 00 0II5 0000 00I7
0 00 0II3 0000 00I0
0 00 0II2 0000 00I3
0 00 0I07 0000 0006
0 00 0I06 0000 00II
0 00 0I03 0000 0002
0 00 0I02 0000 0004
0 I6 02I7 0020 0067
0 00 0000 0000 00I4
0 00 0II4 0000 00I7
0 00 0II2 0000 0007

0 00 0III 0000 00I3
0 00 0II0 0000 0006
0 00 0I07 0000 00I2
0 00 0I02 0000 000I
0 00 0I0I 0000 0004
0 I6 0230 0020 0067
0 00 0000 0000 0007
0 00 0000 0000 00I0
0 00 0000 0000 00I3
```

```
0 00 0II3 0000 00I7
0 00 0II2 0000 00I4
0 00 0III 0000 00I5

0 00 0II0 0000 00II
0 00 0I06 0000 0006
0 00 0I05 0000 0003
0 00 0I04 0000 0005
0 00 0I03 0000 0004
0 00 0I0I 0000 0002
0 I6 0245 0020 0067
0 00 0000 0000 00I4
0 00 0II2 0000 00I7
0 00 0I07 0000 0006
0 00 0I06 0000 00I2
0 00 0I03 0000 000I

0 00 0I02 0000 0004
0 I6 0254 0020 0067
0 00 0000 0000 00I5
0 00 0III 0000 00I7
0 00 0II0 0000 0006
0 00 0I07 0000 00II
0 00 0I02 0000 0002
0 00 0I0I 0000 0004
0 I6 0263 0020 0067
0 00 0000 0000 00I2
0 00 0000 0000 0006
0 00 0II0 0000 00I7

0 00 0I06 0000 00I4
0 00 0I04 0000 0002
0 00 0I03 0000 0004
0 00 0I02 0000 0005
0 00 0I0I 0000 000I
0 I6 0274 0020 0067
0 00 0000 0000 00II
0 00 0I07 0000 00I7
```

```
0 00 0I02 0000 000I
0 00 0I0I 0000 0005
0 I6 030I 0020 0067
0 00 0000 0000 00I4
0 00 0I06 0000 00I7
0 00 0I03 0000 000I
0 00 0I02 0000 0004
0 I6 0306 0020 0067
0 0I 0I02 0I0I 0070
0 05 0I03 0070 0070
0 05 0I04 0070 0070
0 05 0I05 0070 0070
0 0I 0070 0I64 0I64
0 0I 0I04 0I05 0070
0 05 0I03 0070 0070
0 05 0I04 0I05 007I

0 0I 007I 0070 0070
0 05 0I02 0070 0070
0 05 0I0I 0070 0070
0 0I 0070 0I64 0I64
0 00 0560 0000 0000   KA
0 00 7777 0000 0000
I I4 0000 0000 0000
I 0I 4000 0000 0000
0 52 0000 0000 0000
5 55 033I 0560 0I0I
5 75 0I0I 056I 0I0I
5 0I 0I0I 0000 0I0I

I I2 00I6 0564 000I
0 I6 057I 0I70 0323
0 00 0I64 0000 0I70
0 52 0000 0000 [illegible]
5 02 0I0I 0560 0I0I
I 36 0000 0572 [illegible]
0 I6 0576 0I70 0323
I 02 0I20 0I64 [illegible]
```



```
5 04 0I2I 0I20 0I40
5 0I 0I0I 0562 0I0I
I I2 00I6 0573 000I
0 52 0000 0000 0000

3 34 056I 033I 000I
3 34 056I 000I 0I0I
5 55 000I 0560 000I
5 75 000I 056I 000I
5 0I 000I 0000 000I
5 75 0I0I 056I 0I0I
5 0I 0I0I 0000 0I0I
7 05 0I40 0I0I 0I0I
7 05 0I40 000I 000I
I I2 00I6 0603 000I
0 56 0000 064I 0000
0 00 0632 0000 063I

0 00 0000 0000 0557
4 52 0000 0000 0644
0 55 063I 0640 0000
0 36 0000 0625 0000
4 0I 000I 0557 0557
0 56 0000 0625 0000
4 0I 0I0I 0557 0557
0 34 0633 063I 063I
I I2 00I6 062I 000I
0 56 0000 0644 0000
0 00 0000 0000 0000
0 00 4000 0000 0000

0 77 020I 7000 0000
```

```
0 00 04I6 I000 0000
0 00 I062 2000 0000
0 00 2I24 4000 0000
0 00 445I 0000 0000
0 00 0000 0000 0000
0 52 0000 0000 0000
4 00 0633 0000 0640
0 56 0000 06I6 0000
0 00 0000 0000 0000
I 00 0557 0000 0I57
I I2 0004 0642 000I

0 50 00I3 0000 7767
0 70 7500 0647 0000
0 I6 0652 750I 76I0
0 52 0I20 0027 0I37
0 I6 0654 750I 76I0
0 52 0I40 0027 0I56
0 I6 0656 750I 76I0
0 52 0I57 0027 0I63
0 00 0000 0000 0000
0 I5 0000 0330 0000
0 36 0000 0667 0000
0 33 0330 0670 0330

0 I6 0664 0563 0657
0 I3 0603 0672 0603
0 I3 0564 067I 0564
0 56 0000 0660 0000
0 77 0000 0000 0000
0 00 0000 000I 0000
0 00 00I7 0000 0000
0 00 0000 00I7 0000
```

Авторы благодарят Г.И.Русову за помощь, оказанную при отладке программы.

ЛИТЕРАТУРА

I, Андерсон Т. Введение в многомерный статистический анализ. Ф.М., М., I963.

2, Айвазян С.А. Применение методов корреляционного и регрессионного анализа к обработке результатов эксперимента. Зав.лаб., № 7, 8, I964.

3. Бонгард М.М., Вайнцвайг М.Н. Об оценке ожидаемого качества признаков. Проблемы кибернетики, вып.20. "Наука", М., I968.

4. Вайнцвайг М.Н. Об одном алгоритме распознавания двоичных кодов. Проблемы передачи информации, т.2, вып.3, I966.

5. Ван-дер-Варден Б.Л. Математическая статистика. ИЛ., М., I960.

6. Григорян С.В., Каблуков А.Л. Об использовании корреляционного анализа для интерпретации данных геохимического опробования. Геол.рудн.месторожд., т.7, № 4, I965.

7. Губерман Ш.А. Использование обучающихся программ для решения геологических задач. Комплексная интерпретация геологических и геофизических данных на вычислительных машинах. Тр. МИНХ и ГП, вып.62. "Недра", М., I966.

8. Дмитриев А.Н., Журавлев Ю.И., Кренделев Ф.П. О математических принципах классификации предметов и явлений. Сб. Дискретный анализ, № 7, I966.

9. Дмитриев А.Н., Журавлев Ю.И., Кренделев Ф.П. Об одном принципе классификации и прогноза геологических объектов и явлений. - Геология и геофизика, № 5, I968.

I0. Дмитриев А.Н., Смертин Е.А. Связь тестовых параметров таблиц с повторяемостью столбцов. Сб. Всесоюзная конференция по проблемам теоретической кибернетики (тезисы докладов). Новосибирск, I969.

II. Дмитриев А.Н.Некоторые табличные числа. Сб. Дискретный анализ,вып. I2, Новосибирск, I968.

I2. Левин И.Я. Об эффективности алгоритмов обучения опознанию образов при обучении по малому числу примеров. Вопросы автоматизации управления производством. Тр. Ленингр. инж.-экономич. ин-та им.П.Тольятти, вып.76, I968.

I3. Мамонтова А.Т. Программа вычисления X^2-критерия на ЭЦВМ "Минск-2", ВИРГ (Казахский филиал), Алма-Ата, I967.

I4. Мацак А.П. Проблемы обучения по малым выборкам при геологическом прогнозировании. Изв. АН КазССР, сер. физ.-мат., № 5, I969.

I5. Ньоерг И.Н., Овчинникова М.И. Реализация программы "Кора-2" на вычислительной машине "Стрела", Тр.МИНХ и ГП, вып.62. "Недра", М., I966.

I6. Райзер Г.Дж. Комбинаторная математика. "Мир"; М., I966.

I7. Смирнов Н.В., Дунин-Барковский И.В. Курс теории вероятностей и математической статистики для технических приложений. "Наука", М., I969.

I8. Соловьев Н.А. Об одном свойстве таблиц с тупиковыми тестами одинаковой длины. Сб.Дискретный анализ", вып.12, Новосибирск, I968.

I9. Слепян В.А. Вероятностные характеристики распределения тупиковых тестов. Сб. Дискретный анализ, вып.12, Новосибирск, I968.

20. Слуцкая Т.Л. Алгоритм вычисления информационных весов признаков. Сб. Дискретный анализ, вып.I2, Новосибирск, I968.

21 Bhapkar V.P. A nonparametric test for the problem of several samples Ann. Math. Statistics 1961, 32, N4.

22. Chow C.K. Liu C.N. An approach to structure adaptation in pattern recognition. IEEE Trans. Syst. Sci. Cybernet. 1966, 2, N2.

23 Chow C.K. A class nonlinear recognition procedures. IEEE Trans. Syst. Sci. Cybernet. 1966, 2, N2.

24. Lewis P.M. Approximating Probability Distributions to Reduce Storage Requirements. Information and Control. 1959, Vol. 2, N3.